

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ, СТАТИСТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

Балтийский экономический журнал. 2024. № 2(46). С. 6–17.

Baltic Economic Journal. 2024. No. 2(46). P. 6–17.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ, СТАТИСТИЧЕСКИЕ И ИНСТРУМЕНТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

Научная статья

УДК 519.862

doi: 10.46845/2073-3364-2024-0-2-6-16

Сравнительная оценка эконометрических моделей по точности прогнозирования

Анатолий Михайлович Карлов¹

Роберт Альбертович Мнацаканян²

^{1, 2} ИНОТЭКУ ФГБОУ ВО "Калининградский государственный
технический университет", Калининград, Россия

¹anatliij.karlov@klgtu.ru

²robert.mnatsakanyan@klgtu.ru

Аннотация. Разрабатываются эконометрические модели временной динамики изменения на примере трех показателей экономической безопасности и устойчивого развития Калининградской области, эконометрических моделей, устанавливающих взаимосвязь базового показателя с двумя факторными показателями, а также сравнительной оценки этих моделей по точности прогнозирования будущих значений. Анализируются числовые значения временного ряда рассматриваемых экономических показателей. Проводится сравнительная оценка целесообразности использования для прогнозирования будущих значений оцениваемых параметров ВРП с ожидаемой продолжительностью жизни и параметров ВРП с коэффициентом Джини по анализируемым регрессионным зависимостям. Основываясь на полученной оценке, приведены графики зависимости оцениваемых параметров с прогнозируемыми значениями и их фактические значения на различных временных интервалах. Обосновывается выбор наиболее приемлемого уравнения для прогнозирования оцениваемых параметров на следующий год. Проводится оценка возможности использования для прогнозирования валового регионального продукта на душу населения аддитивных и мультипликативных двухфакторных моделей взаимосвязи его значений с прогнозируемыми значениями средней продолжительности жизни и коэффициента Джини.

Ключевые слова: эконометрическая модель, прогнозирование, регрессионная модель, нелинейная модель, коэффициент эластичности, ошибка прогноза, двухфакторная модель

Для цитирования: Карлов А. М., Мнацакян Р. А. Сравнительная оценка эконометрических моделей по точности прогнозирования // Балтийский экономический журнал. 2024, № 2(46). С. 6-17.. <https://doi.org/10.46845/2073-3364-2024-0-2-6-17>

MATHEMATICAL, STATISTICAL AND INSTRUMENTAL METHODS IN ECONOMICS

Original article

Comparative evaluation of econometric models in terms of forecasting accuracy

Anatoly M. Karlov¹

Robert A. Mnatsakanyan²

^{1, 2} INOTECU FGBOU VO "KSTU", Kaliningrad, Russia

¹anatliij.karlov@klgtu.ru

²robert.mnatsakanyan@klgtu.ru

Abstract. Econometric models of time dynamics of change are developed on the example of three indicators of economic security and sustainable development of the Kaliningrad region, econometric models establishing the relationship between the base indicator and two factor indicators, as well as a comparative assessment of these models on the accuracy of predicting future values. The numerical values of the time series of the considered economic indicators are analyzed. A comparative assessment of the feasibility of using the estimated parameters of GRP with life expectancy and GRP parameters with Gini coefficient for forecasting future values of the analyzed regression dependencies is carried out. Based on the obtained assessment, the graphs of dependence of the estimated parameters with the predicted values and their actual values for different time intervals are given. The choice of the most acceptable equation for forecasting the estimated parameters for the next year is substantiated. The possibility of using additive and multiplicative two-factor models of the relationship between its values and the predicted values of average duration and Gini coefficient for forecasting gross regional product per capita is evaluated.

Keywords: econometric model, forecasting, regression model, nonlinear model, elasticity coefficient, forecast error, two-factor model

For citation: Karlov A. M., Mnatsakanyan R. A. Comparative evaluation of econometric models by forecasting accuracy // Baltic Economic Journal. 2024;2(46):6-17. (In Russ.). <https://doi.org/10.46845/2073-3364-2024-0-2-6-17>

Исследование методов анализа временных рядов различных экономических показателей, разработка эконометрических моделей взаимосвязи этих показателей между собой и оценка возможности и точности прогнозирования будущих значений этих показателей является актуальным как при планировании, так и при выработке управленческих решений. Обзор современных методов анализа временных рядов приведен в статье [3], а методических подходов к разработке моделей прогнозирования экономических показателей – в статье [5]. Специфические особенности моделирования и прогнозирования региональной экономики приведены в статьях [4, 6]. Исследование данной проблематики также нашло отражение в научных работах ученых Калининградского государственного технического университета Л. И. Сергеева [7, 8], А. Г. Мнацакяна [9, 10], А. Г. Харина [9, 10, 12]. В статье ставится задача разработки эконометрических моделей временной динамики

изменения на примере трех экономических показателей, эконометрических моделей, устанавливающих взаимосвязь базового показателя с двумя факторными показателями, а также сравнительной оценки этих моделей по точности прогнозирования будущих значений. Решение поставленных задач проведем на примере трех показателей экономической безопасности и устойчивого развития Калининградской области:

- Y валовой региональный продукт на душу населения (тыс. руб.);
- X_1 ожидаемая продолжительность жизни (лет);
- X_2 коэффициент Джини, характеризующий степень концентрации доходов населения региона (%).

Численные значения этих показателей за 2010-2022 годы приведены в таблице 1 [11].

Таблица 1 – Числовые значения временного ряда рассматриваемых экономических показателей

Table 1 – Numerical values of the time series of economic indicators under consideration

t	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Y	208,8	255,2	279,1	287,7	325,1	359,6	425	451	494,1	517,2	530	659,7	675
X_1	68,8	69,9	70,12	70,51	70,28	70,58	71,92	72,62	72,92	73,56	72,93	70,99	73,09
X_2	37,9	37,7	39,2	38,2	38,4	36,9	36,4	35,7	35,8	35,8	35,3	35,3	32,3

Коэффициенты взаимной корреляции данных показателей имеют следующие значения $r_{yx1} = 0,886$; $r_{yx2} = -0,903$; $r_{x1x2} = -0,713$ [11].

Для решения задачи оценки ошибок прогнозирования сравниваемых эконометрических моделей разобьем временной ряд (таблица 1) на 6 интервалов $\Delta t_1 = (10 - 16)$ годы, $\Delta t_2 = (11 - 17)$ годы, $\Delta t_3 = (12 - 18)$ годы, $\Delta t_4 = (13 - 19)$ годы, $\Delta t_5 = (14 - 20)$ годы, $\Delta t_6 = (15 - 21)$ годы. В пределах каждого интервала рассматривается целесообразность использования для прогнозирования будущих значений линейных и нелинейных регрессионных моделей. В рамках линейных моделей рассматриваются регрессионные уравнения:

$$X_{\text{оц}} = b_1 t + b_0; Y_{\text{оц}} = b_1 t + b_0; Y_{\text{оц}} = b_1 X + b_0.$$

В рамках нелинейных моделей рассматриваются степенные регрессионные уравнения вида $X_{\text{оц}} = b_1(t - T)^k + b_0$ и регрессионные уравнения с использованием коэффициентов эластичности $Y_{\text{оц}} = X^{Z_{\text{оц}}(t)}$, где $Z_{\text{оц}}(t) = b_1 t + b_0$ - линейное регрессионное уравнение для коэффициента эластичности $E_{YX}(t)$. Возможность применения эконометрических моделей с использованием коэффициента эластичности была показана в работе [9] в соответствии с определением коэффициента эластичности $\Delta Y/Y = E_{YX} \Delta X/X$. Из решения данного дифференциального уравнения получаем, что для всех временных значений X_t и Y_t значение коэффициентов эластичности можно определить по формуле $E_{YX}(t) = \ln Y / \ln X$. По полученным семи значениям коэффициентов эластичности определяем линейное регрессионное уравнение $Z_{\text{оц}}(t) = b_1 t + b_0$. В соответствии с уравнением $\ln Y = Z_{\text{оц}}(t) * \ln X = \ln X^{Z_{\text{оц}}(t)}$ получим $Y_{\text{оц}} = X^{Z_{\text{оц}}(t)}$.

В таблице 2 приведены результаты сравнительной оценки целесообразности использования для прогнозирования будущих значений

оцениваемых параметров Y и X_1 по анализируемым регрессионным зависимостям.

Таблица 2 – Результаты сравнительной оценки целесообразности использования для прогнозирования будущих значений оцениваемых параметров Y и X_1 по анализируемым регрессионным зависимостям

Table 2 – Results of comparative assessment of the feasibility of using the analyzed regression relationships for forecasting future values of the estimated parameters Y and X_1

Времен- ной интервал	Уравнения регрессии	$\sigma_{\text{оц}}$	$ \Delta _{\text{ср}}$	R^2	$ \Delta _{\text{пр}}$	β	Прогноз на 1 год
10-16	$X_{\text{оц}} = 0,3886 \cdot t + 65,24963$	0,371	0,356	0,813	0,76	0,0105	71,86
	$Y_{\text{оц}} = 32,34 \cdot t - 113,33$	13,825	11,984	0,955	14,55	0,032	436,45
	$Y_{\text{оц}} = 71,7676 \cdot X - 4739,574$	22,22	19,57	0,877	21,19	0,047	472,19
	$Y_{\text{оц}} = X_1^{(0,023205605 \cdot t + 1,0384572)}$	9,22	8,82	0,923	6,36	0,0141	457,36
11-17	$X_{\text{оц}} = 0,4225 \cdot t + 64,93214$	0,421	0,3614	0,808	-0,38	0,0052	72,54
	$Y_{\text{оц}} = 34,074 \cdot t - 136,55$	14,54	13,93	0,991	17,418	0,035	476,68
	$Y_{\text{оц}} = 69,1281 \cdot X_1 - 4557,137$	21,27	20,586	0,917	10,42	0,0211	483,68
	$Y_{\text{оц}} = X_1^{(0,0213163286 \cdot t + 1,065099913)}$	9,21	7,546	0,951	2,03	0,0041	496,13
12-18	$X_{\text{оц}} = 0,5093 \cdot t + 63,6391$	0,39	0,34	0,959	0,25	0,0034	73,31
	$Y_{\text{оц}} = 38,269 \cdot t - 199,52$	11,955	10,397	0,976	10,39	0,02	527,59
	$Y_{\text{оц}} = 68,5217 \cdot X_1 - 4509,6148$	21,27	18,32	0,947	13,64	0,026	530,84
	$Y_{\text{оц}} = X_1^{(0,021786774 \cdot t + 1,057143841)}$	9,11	7,41	0,995	37,21	0,0719	554,41
13-19	$X_{\text{оц}} = 0,5882 \cdot t + 62,37$	0,343	0,323	0,712	0,907	0,0124	73,837
	$Y_{\text{оц}} = 39,923 \cdot t - 230,178$	8,96	7,069	0,988	38,216	0,072	568,216
	$Y_{\text{оц}} = 63,46413 \cdot X_1 - 4146,292$	20,22	16,303	0,936	27,67	0,0522	557,67
	$Y_{\text{оц}} = X_1^{(0,020332785 \cdot t + 1,0767635)}$	13,59	10,75	0,998	60,79	0,1147	590,79
14-20	$X_{\text{оц}} = 0,53185 \cdot t + 63,07425$	0,458	0,4257	0,842	3,25	0,0458	74,24
	$X_{\text{оц}} = (t - 14)^{0,69} + 70,126$	0,394	0,352	0,909	2,965	0,0418	73,955
	$Y_{\text{оц}} = 35,678 \cdot t - 163,382$	13,558	12,366	0,965	73,844	0,1119	585,856
	$Y_{\text{оц}} = 62,4668 \cdot X_1 - 4061,711$	18,048	14,024	0,995	286,9	0,4349	372,8
15-21	$Y_{\text{оц}} = X_1^{(0,0167251 \cdot t + 1,1367238)}$	14,65	13,95	0,979	52,38	0,0794	607,32
	$X_{\text{оц}} = 0,14894 \cdot t + 69,53622$	0,9521	0,7529	0,1313	0,13	0,0018	72,96
	$X_{\text{оц}} = 73,183 - (t - 18,5)^2 / 4,4$	0,369	0,293	0,849	2,691	0,0368	70,399
	$Y_{\text{оц}} = 42,018 \cdot t - 265,382$	25,573	19,043	0,921	15,986	0,0237	659,014
	$Y_{\text{оц}} = 10,5862 \cdot X_1 - 273,5637$	87,084	64,372	0,015	174,92	0,2591	500,08
	$Y_{\text{оц}} = X_1^{(0,019384518 \cdot t + 1,095277301)}$	30,12	22,39	0,883	27,1	0,0401	647,9

В третьем столбце таблицы приведены значения среднеквадратичного отклонения результатов оценки от их фактических значений $\sigma_{\text{оц}} = [\sum (X_{\text{ф}} - X_{\text{оц}})^2 / 7]^{0,5}$. В четвертом столбце таблицы приведены значения средних значений отклонений результатов оценки от их фактических значений, взятых по абсолютной величине $|\Delta|_{\text{ср}} = (\sum |X_{\text{ф}} - X_{\text{оц}}|) / 7$. В пятом столбце таблицы приведены значения коэффициентов детерминации рассматриваемых уравнений регрессии. В шестом, седьмом и восьмом столбцах приведены результаты оценки прогноза оцениваемых параметров на один год. В шестом столбце приведены значения ошибок прогноза $|\Delta|_{\text{пр}} = |X_{\text{ф}} - X_{\text{пр}}|$, а в седьмом – относительная величина ошибки прогноза $\beta = |\Delta|_{\text{пр}} / X_{\text{ф}}$, определяемых в соответствии с рекомендациями [1, 2].

Из результатов расчетов, приведенных в таблице 2, можно сделать вывод, что на временных интервалах с 2010 по 2019 год в целях прогнозирования на следующий за интервалом год могут использоваться все регрессионные

уравнения видов $X_1 = f(t)$, $Y = f(t)$, а также уравнения, определяющие взаимосвязь анализируемых показателей $Y(t)=f(X_1; t)$.

На интервале 14–20 годы предпочтение следует отдать уравнению $X_{1\text{оц}} = (t - 14)^{0,69} + 70,126$ с относительной величиной ошибки прогноза $\beta = 0,0418$ и уравнению $Y_{\text{оц}} = X_{1\text{оц}}^{(0,0167251*t+1,1367238)}$ с относительной величиной ошибки прогноза $\beta = 0,0794$. На рисунках 1 и 2 приведены графики зависимости оцениваемых параметров $X_{1\text{оц}}$ и $Y_{\text{оц}}$ с прогнозируемыми значениями и их фактические значения на временном интервале 14–20 годы с прогнозом на 21 год.

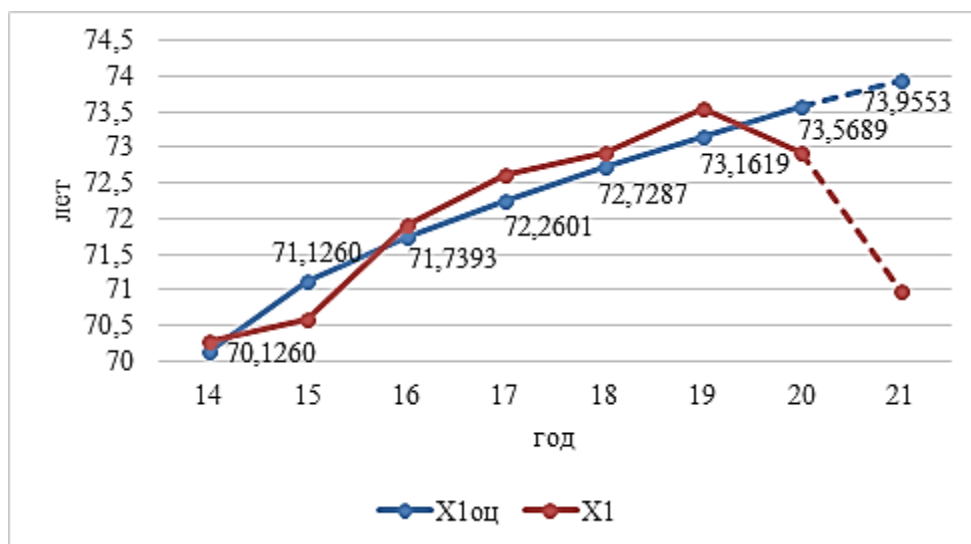


Рисунок 1 – График зависимости $X_{1\text{оц}} = (t - 14)^{0,69} + 70,126$
Figure 1 – Dependence graph $X_{1\text{оц}} = (t - 14)^{0,69} + 70,126$

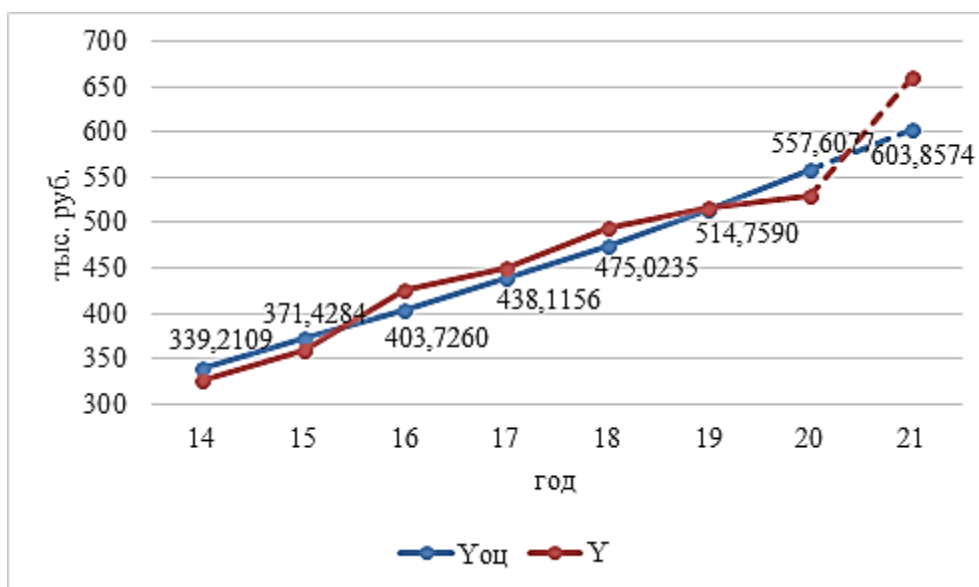


Рисунок 2 – График зависимости $Y_{\text{оц}} = X_{1\text{оц}}^{(0,0167251*t+1,1367238)}$
Figure 2 – Dependence graph $Y_{\text{оц}} = X_{1\text{оц}}^{(0,0167251*t+1,1367238)}$

На интервале 15–21 годы предпочтение следует отдать уравнению $X_{1\text{оц}} = 73,183 - (t - 18,5)^2/4,4$ с относительной величиной ошибки прогноза $\beta = 0,0368$ и уравнению $Y_{\text{оц}} = X_{1\text{оц}}^{(0,019384518*t+1,095277301)}$ с относительной величиной

ошибки прогноза $\beta = 0,0401$. На рисунках 3 и 4 приведены графики зависимости оцениваемых параметров $X_{10ц}$ и $Y_{0ц}$ с прогнозируемыми значениями и их фактические значения на временном интервале 15–21 годы с прогнозом на 22 год.

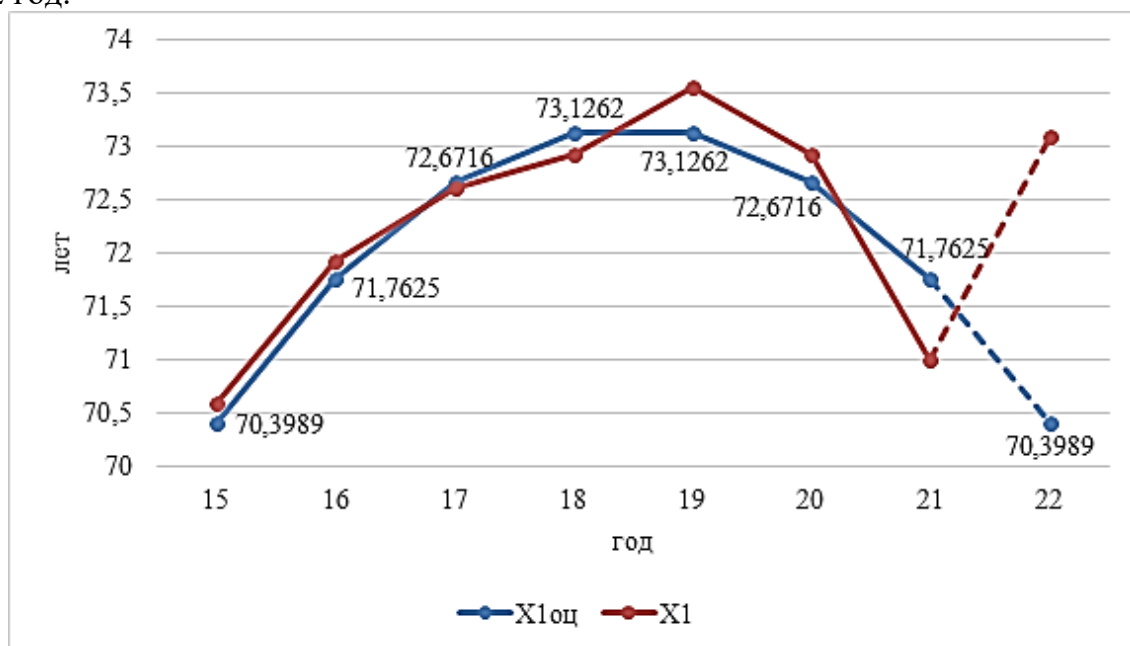


Рисунок 3 – График зависимости $X_{10ц} = 73,183 - (t - 18,5)^2/4,4$
 Figure 3 – Dependence graph $X_{10ц} = 73,183 - (t - 18,5)^2/4,4$

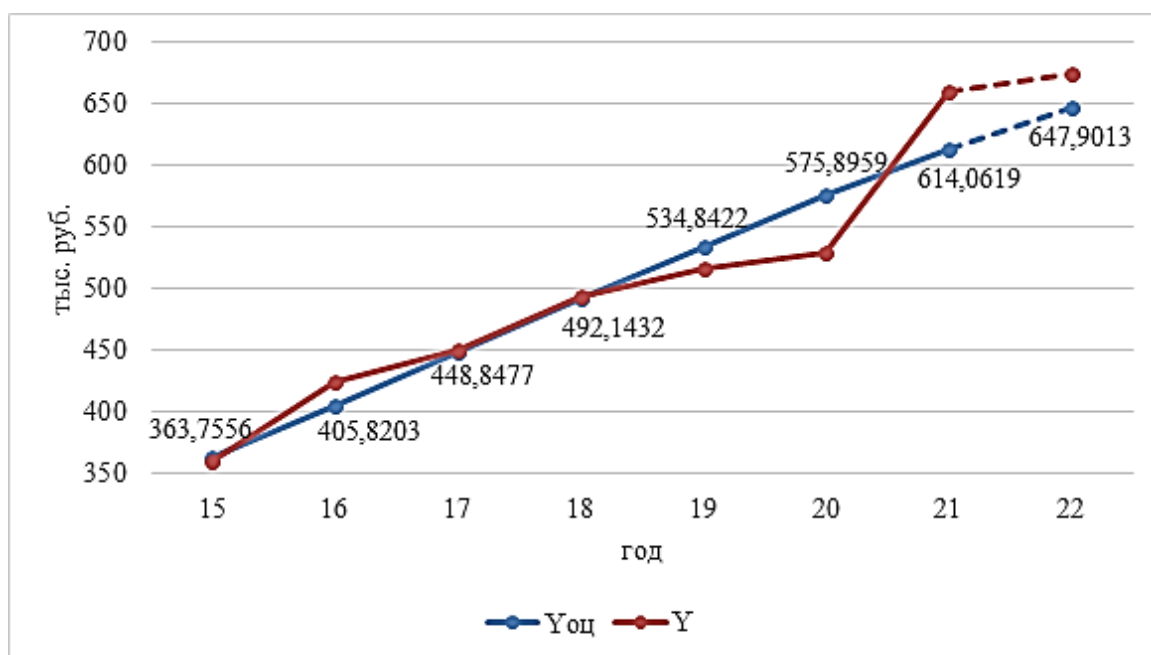


Рисунок 4 – График зависимости $Y_{0ц} = X_{10ц}^{(0,019384518 \cdot t + 1,095277301)}$
 Figure 4 – Dependence graph $Y_{0ц} = X_{10ц}^{(0,019384518 \cdot t + 1,095277301)}$

Выбор наиболее приемлемого уравнения для прогнозирования оцениваемых параметров на следующий год будем осуществлять по среднему значению относительной величины ошибки прогноза за шесть рассматриваемых интервалов $\beta_{ср} = \sum \beta_i / 6$ [1, 2].

При прогнозировании ожидаемой продолжительности жизни X_1 на интервале 2010–2019 годы по уравнениям вида $X_{\text{оц}} = b_1 t + b_0$, на интервале 2014–2020 годы по уравнению $X_{1\text{оц}} = (t - 14)^{0,69} + 70,126$ и на интервале 2015–2021 годы по уравнению $X_{1\text{оц}} = 73,183 - (t - 18,5)^2 / 4,4$ для среднего значения относительной величины ошибки прогноза за шесть рассматриваемых интервалов получим $\beta_{\text{ср}} = 0,01835$. Из этого следует, что прогнозируемые на один год значения ожидаемой продолжительности жизни на интервале 2010–2021 годы в среднем отличаются от фактических значений на 1,835 %. При прогнозировании значений валового регионального продукта на душу населения Y на интервале 2010–2021 годы по уравнениям вида $Y_{\text{оц}} = b_1 t + b_0$ для среднего значения относительной величины ошибки прогноза за шесть рассматриваемых интервалов получим $\beta_{\text{ср}} = 0,0491$, т. е. прогнозируемые значения валового регионального продукта отличаются от фактических значений на 4,91 %.

Уравнения вида $Y_{1\text{оц}}(t) = b_1 X_1 + b_0$ и $Y_{1\text{оц}}(t) = X_1^{Z_{1\text{оц}}(t)}$, где $Z_{1\text{оц}}(t) = b_1 t + b_0$ – уравнение для оценки коэффициента эластичности, определяют взаимосвязь показателей валового регионального продукта на душу населения со средней продолжительностью жизни. При прогнозировании значений $Y_{\text{пр}}$ по уравнениям вида $Y_{1\text{оц}}(t) = b_1 X_1 + b_0$ для среднего значения относительной величины ошибки прогноза на интервалах 2010–2021 годы получим $\beta_{\text{ср}} = 0,14$, т. е. прогнозируемые значения валового регионального продукта отличаются от фактических значений на 14 %. При прогнозировании значений $Y_{\text{пр}}$ по уравнениям вида $Y_{1\text{оц}}(t) = X_1^{Z_{1\text{оц}}(t)}$, где $Z_{1\text{оц}}(t) = b_1 t + b_0$, для среднего значения относительной величины ошибки прогноза на интервалах 2010–2021 годы получим $\beta_{\text{ср}} = 0,05405$, т. е. прогнозируемые значения валового регионального продукта отличаются от фактических значений на 5,405 %.

Из приведенных расчетов следует, что более точным прогнозирование значений $Y_{\text{пр}}$ получается по уравнениям вида $Y_{1\text{оц}}(t) = X_1^{Z_{1\text{оц}}(t)}$, где $Z_{1\text{оц}}(t) = b_1 t + b_0$.

В таблице 3 приведены результаты сравнительной оценки целесообразности использования для прогнозирования будущих значений оцениваемых параметров Y и X_1 по анализируемым регрессионным зависимостям.

Таблица 3 – Результаты сравнительной оценки целесообразности использования для прогнозирования будущих значений оцениваемых параметров Y и X_2 по анализируемым регрессионным зависимостям

Table 3 – Results of comparative assessment of the feasibility of using the analyzed regression relationships for forecasting future values of the estimated parameters Y and X_2

Временной интервал	Уравнения регрессии	$\sigma_{\text{оц}}$	$ \Delta _{\text{ср}}$	R^2	$ \Delta _{\text{пр}}$	K_B	Прогноз на 1 год
1	2	3	4	5	6	7	8
10-16	$X_{2\text{оц}} = 41,018475 - 0,246475 * t$	0,714	0,673	0,323	1,128	0,0316	36,828
	$X_{2\text{оц}} = 38,749 - 0,22(t - 12,5)^2$	0,455	0,435	0,752	1,406	0,0394	34,294
	$Y_{\text{оц}} = 32,34 * t - 113,33$	13,825	11,984	0,955	14,55	0,032	436,45
	$Y_{\text{оц}} = 2121,4953 - 48,01645 * X_2$	51,23	42,49	0,397	23,82	0,0528	474,82
	$Y_{\text{оц}} = X_2^{(0,0333132 * t + 1,13599036)}$	15,412	12,453	0,985	40,395	0,0896	410,605

1	2	3	4	5	6	7	8
11-17	$X_{2011}=43,95-0,46071429*t$	0,686	0,587	0,638	0,143	0,0004	35,657
	$Y_{011}=34,074*t - 136,55$	14,54	13,93	0,991	17,418	0,035	476,68
	$Y_{011}=2313,1443 -$ $- 52,606896*X_2$	35,39	29,39	0,74	56,76	0,1149	437,34
	$Y_{011}=X_2^{(0,03291654*t+1,14285754)}$	16,039	14,354	0,904	0,3323	0,0007	493,77
12-18	$X_{2012}=46,44277-0,61428*t$	0,34	0,314	0,929	1,029	0,0287	34,771
	$Y_{012}=38,269*t - 199,52$	11,955	10,397	0,976	10,39	0,02	527,59
	$Y_{012}=2518,2492 -$ $- 57,8530537*X_2$	24,74	21,81	0,913	1,17	0,0023	516,03
	$Y_{012}=X_2^{(0,035862741*t+1,095279952)}$	12,26	10,88	0,996	0,33	0,0007	547,31
13-19	$X_{2013}=44,514286-0,4857143*t$	0,426	0,351	0,868	0,5	0,0142	34,8
	$Y_{013}=39,923*t - 230,178$	8,96	7,069	0,988	38,216	0,072	568,216
	$Y_{013}=2952,6844 -$ $- 69,242192*X_2$	29,37	27,14	0,852	13,06	0,0246	543,06
	$Y_{013}=X_2^{(0,031872219*t+1,153539381)}$	16,93	15,45	0,93	46,67	0,088	576,67
14-20	$X_{2014}=43,675-0,4321429*t$	0,448	0,394	0,778	0,7	0,0198	34,6
	$Y_{014}=35,678*t - 163,382$	13,558	12,366	0,965	73,844	0,1119	585,856
	$Y_{014}=2928,3964 -$ $- 68,4104392*X_2$	28,97	26,53	0,841	98,31	0,149	561,39
	$Y_{014}=X_2^{(0,028777669*t+1,203599866)}$	24,3	21,78	0,883	53,6	0,0812	606,1
15-21	$X_{2015}=40,3214286 -$ $- 0,2464286*t$	0,217	0,175	0,839	2,6	0,0805	34,9
	$Y_{015}=42,018*t - 265,382$	25,573	19,043	0,921	15,986	0,0237	659,014
	$Y_{015}=5513,78605 -$ $- 139,96776527*X_2$	44,96	33,63	0,7085	46,09	0,0683	628,91
	$Y_{015}=X_2^{(0,02724391*t+1,23614566)}$	23,46	21,36	0,929	4,007	0,0059	679,007

На рисунке 5 приведены графики зависимости оцениваемых и прогнозируемых на 2017 год значений параметра X_2 по уравнениям $X_{2011}=41,018475 - 0,246475*t$ и $X_{2012}=38,749 - 0,22(t - 12,5)^2$.

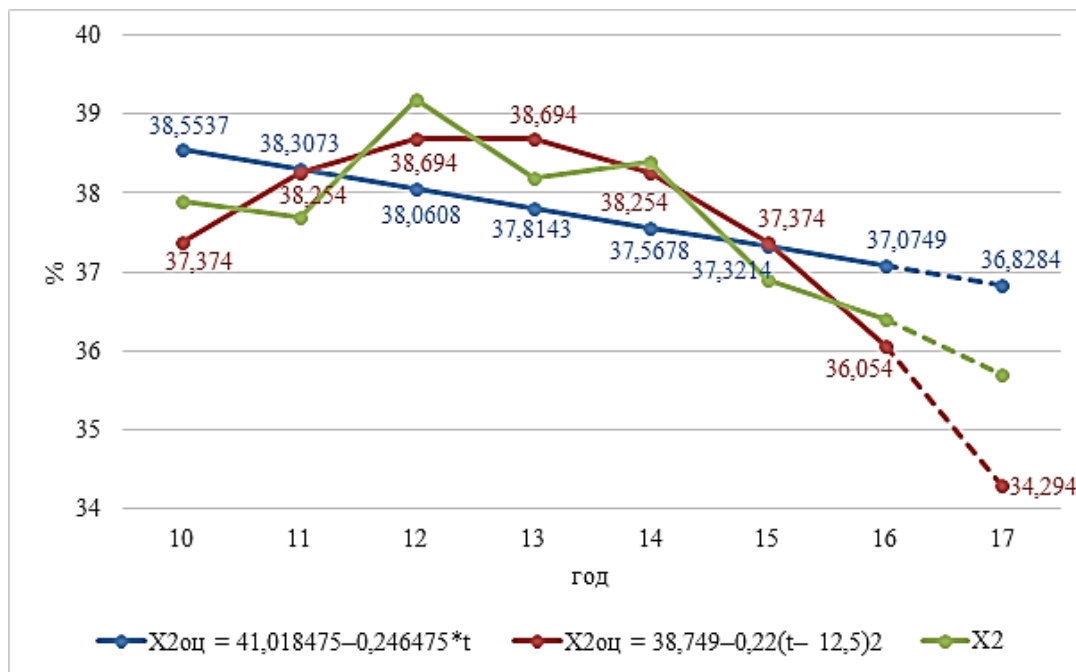


Рисунок 5 – Графики зависимости $X_{2011}=41,018475 - 0,246475*t$ и $X_{2012}=38,749 - 0,22(t - 12,5)^2$

Figure 5 – Dependence graphs $X_{2011}= 41,018475 - 0,246475*t$ and $X_{2012}= 38,749 - 0,22(t - 12,5)^2$

Из результатов расчетов, приведенных в таблице 3 и на рисунке 5, можно сделать вывод, что на временных интервалах с 2011 по 2021 год в целях прогнозирования на следующий за интервалом год могут использоваться все регрессионные уравнения видов $X_1 = f(t)$, $Y = f(t)$, а также уравнения, определяющие взаимосвязь анализируемых показателей $Y(t) = f(X_1; t)$. На интервале 2010–2016 годы вместо уравнения $X_{2\text{оц}} = 41,018475 - 0,246475 \cdot t$ будем использовать уравнение $X_{2\text{оц}} = 38,749 - 0,22(t - 12,5)^2$.

Выбор наиболее приемлемого уравнения для прогнозирования значений X_2 коэффициента Джини и валового регионального продукта на душу населения Y на следующий год будем также осуществлять по среднему значению относительной величины ошибки прогноза за шесть рассматриваемых интервалов.

При прогнозировании значений X_2 коэффициента Джини на интервале 2010–2021 годы для среднего значения относительной величины ошибки прогноза получим $\beta_{\text{ср}} = 0,0305$, т. е. прогнозируемые значения коэффициента Джини отличаются от фактических значений на 3,05 %. Уравнения прогнозирования значений валового регионального продукта на душу населения Y на интервале 2010–2021 годы вида $Y_{\text{оц}} = b_1 t + b_0$ в таблице 3 совпадают с уравнениями в таблице 2, и среднее значение относительной величины ошибки прогноза за шесть рассматриваемых интервалов также будет равно $\beta_{\text{ср}} = 0,0491$, т. е. прогнозируемые значения валового регионального продукта отличаются от фактических значений на 4,91 %.

При прогнозировании значений $Y_{\text{пр}}$ по уравнениям вида $Y_{2\text{оц}}(t) = b_1 X_2 + b_0$ для среднего значения относительной величины ошибки прогноза на интервалах 2010–2021 годы получим $\beta_{\text{ср}} = 0,06865$, т. е. прогнозируемые значения валового регионального продукта отличаются от фактических значений на 6,865 %. При прогнозировании значений $Y_{\text{пр}}$ по уравнениям вида $Y_{2\text{оц}}(t) = X_2^{Z_{2\text{оц}}(t)}$, где $Z_{2\text{оц}}(t) = b_1 t + b_0$, для среднего значения относительной величины ошибки прогноза на интервалах 2010–2021 годы, получим $\beta_{\text{ср}} = 0,04435$, т. е. прогнозируемые значения валового регионального продукта отличаются от фактических значений на 4,435 %.

Из приведенных расчетов следует, что немного точнее прогнозирование значений $Y_{\text{пр}}$ получается по уравнениям вида $Y_{2\text{оц}}(t) = X_2^{Z_{2\text{оц}}(t)}$, где $Z_{2\text{оц}}(t) = b_1 t + b_0$.

Оценим возможность использования для прогнозирования валового регионального продукта на душу населения $Y_{\text{пр}}$ аддитивных и мультипликативных двухфакторных моделей взаимосвязи его значений с прогнозируемыми значениями средней продолжительности жизни X_1 и коэффициента Джини X_2 .

Аддитивные модели представим в виде:

$$Y_{\text{пр}} = [Y_{1\text{оц}}(t) + Y_{2\text{оц}}(t)]/2 = [X_1^{Z_{1\text{оц}}(t)} + X_2^{Z_{2\text{оц}}(t)}]/2, \quad (1)$$

и с учетом значений коэффициентов корреляции $r_{yx1} = 0,886$; $r_{yx2} = -0,903$

$$\begin{aligned} Y_{\text{пр}} &= [0,886 \cdot Y_{1\text{оц}}(t) + 0,903 \cdot Y_{2\text{оц}}(t)]/1,789 = \\ &= [0,886 \cdot X_1^{Z_{1\text{оц}}(t)} + 0,903 \cdot X_2^{Z_{2\text{оц}}(t)}]/1,789. \end{aligned} \quad (2)$$

Мультипликативные модели представим в виде:

$$Y_{\text{пр}} = [Y_{1\text{оц}}(t) \cdot Y_{2\text{оц}}(t)]^{0,5} = [X_1^{Z_{1\text{оц}}(t)} \cdot X_2^{Z_{2\text{оц}}(t)}]^{0,5}, \quad (3)$$

и с учетом значений коэффициентов корреляции

$$Y_{\text{пр}} = [Y_{1\text{оц}}(t)^{0,886} + Y_{2\text{оц}}(t)^{0,903}]^{1/1,789} = \{[X_1^{Z_{1\text{оц}}(t)}]^{0,886} + [X_2^{Z_{2\text{оц}}(t)}]^{0,903}\}^{1/1,789}. \quad (4)$$

Результаты расчетов среднего значения относительной величины ошибки прогноза $\beta_{\text{ср}}$ на интервалах 2010–2021 г по моделям (1) – (4) с учетом значений $Y_{1\text{оц}}$ и $Y_{2\text{оц}}$ в таблицах 1 и 2 показывают, что их значения мало отличаются и находятся в пределах 0,05056 – 0,05083.

Заключение

Сравнивая рассмотренные эконометрические модели, устанавливающие взаимосвязь базового показателя с двумя факторными показателями, следует отметить, что наиболее эффективная модель будет с наименьшим значением относительной величины ошибки прогноза $\beta_{\text{ср}}$. Для прогнозирования значений валового регионального продукта по значениям средней продолжительности жизни $Y_{\text{пр}}(X_1)$ и значениям коэффициента Джини $Y_{\text{пр}}(X_2)$ целесообразно использовать регрессионные уравнения на основе коэффициентов эластичности. В этом случае средние значения ошибок прогноза $\beta_{\text{ср}}$ будут иметь значения 0,05405 и 0,04435. На основе данных уравнений для двухфакторных аддитивных и мультипликативных моделей прогнозирования $Y_{\text{пр}}(X_1; X_2)$ могут использоваться уравнения (1) – (4). Исходя из этого, можно сделать вывод, что использование аддитивных и мультипликативных моделей позволяет получить более предсказуемые результаты прогнозирования, учитывающие все рассмотренные показатели экономической безопасности и устойчивого развития Калининградской области.

Список источников

1. Гарафутдинов Р. В. Моделирование и прогнозирование на финансовых рынках с применением фрактального анализа: монография. Пермь: Пермский гос. нац. иссл. ун-т, 2022. 95 с.
2. Саженкова Т. В., Пономарев И. В., Пронь С. П. Методы анализа временных рядов: учеб.-метод. пособие. Барнаул: Изд-во Алтайского ун-та, 2020. 60 с.
3. Андрианова Е. Г. Обзор современных моделей и методов анализа временных рядов динамики процессов в социальных, экономических и социотехнических системах / Е. Г. Андрианова, С. А. Головин, С. В. Зыков [и др.] // Российский технологический журнал. 2020. № 8(4). С. 7-45.
4. Кравцов М. К., Гладкая А. А., Дехтярь Т. А. Прогнозирование основных параметров социально-экономического развития Республики Беларусь на основе динамической межотраслевой модели // Белорусский экономический журнал. 2020. № 2. С. 4-24.
5. Вертакова Ю. В. Обзор экономических подходов и моделей для прогнозирования ВВП. // Экономика и управление. 2016. № 2(124). С. 22-29.

6. Рахимов Т. Д. Экономические модели прогнозирования устойчивого развития экономических систем региона //Региональные проблемы и преобразования экономики. 2019. № 4. С. 41-46.

7. Сергеев Л. И. Обобщение взаимосвязи государственных расходов и добычи рыбной отрасли//Балтийский экономический журнал. 2020. № 3(31). С. 17-25.

8. Сергеев Л. И. Линейная макроэконометрика вылова водных биоресурсов //Балтийский экономический журнал. 2020. № 3(31). С. 17-25.

9. Мнацаканян А. Г., Карлов А. М., Харин А. Г. Метод оценки экономической доступности рыбных продуктов в контексте обеспечения продовольственной безопасности//Морские интеллектуальные технологии, 2021. № 4, т. 4. С. 135-140.

10. Мнацаканян А. Г., Карлов А. М., Харин А. Г. Тенденции и особенности цен на рыбные продукты в Российской федерации //Вопросы рыболовства. 2023. Т. 24, № 2. С. 189-195.

11. Кохан А. Н., Кузин В. И., Карлов А. М. Взаимосвязь показателей устойчивого развития и продовольственной безопасности на региональном уровне// Балтийский экономический журнал. 2023. № 4(44). С. 18-33.

12. Харин А. Г. Экономическая доступность рыбопродуктов как составная часть концепции продовольственной безопасности // Балтийский экономический журнал. 2024. № 1(45). С. 38-51.

References

1. Garafutdinov R. V. Modeling and forecasting on financial markets with the use of fractal analysis: monograph. Perm: Perm State National Research University, 2022. 95 p. (In Russ.).

2. Sazhenkova T. V., Ponomarev I. V., Pron S. P. Methods of analyzing time series. Barnaul: Altai University, 2020. 60 p. (In Russ.).

3. Andrianova E. G., Golovin S.A., Zykov S.V., Lesko S.A., Chukalina E. R. Review of modern models and methods for analyzing time series dynamics of processes in social, economic and socio-technical systems / E. G. Andrianova, S. A Golovin, S. V. Zykov S.V. [et al.] // Russian Technological Journal. 2020;8(4): 7-45. (In Russ.).

4. Kravtsov M. K., Gladkaya A. A., Dekhtyar T. A. Forecasting the main parameters of socio-economic development of the Republic of Belarus on the basis of dynamic inter-sectoral model // Belarusian Economic Journal. 2020;2:4-24. (In Russ.).

5. Vertakova Y. V. Review of economic approaches and models for GDP forecasting //Economics and Management. 2016;2(124): 22-29. (In Russ.).

6. Rakhimov T. D. Economic models of forecasting sustainable development of economic systems of the region // Regional problems and transformations of the economy. 2019;4:41-46. (In Russ.).

7. Sergeev L. I. Generalization of the relationship between public expenditures and production of the fishing industry//Baltic Economic Journal. 2020;3(31):17-25. (In Russ.).

8. Sergeev L. I. Linear macroeconometrics of aquatic bioresources catch //Baltic Economic Journal. 2020;3(31):17-25. (In Russ.).

9. Mnatsakanyan A. G., Karlov A. M., Kharin A. G. Method of estimating the economic availability of fish products in the context of ensuring food security // Marine Intelligent Technologies. 2021;4,4:135-140. (In Russ.).

10. Mnatsakanyan A. G., Karlov A. M., Kharin A. G. Trends and peculiarities of prices for fish products in the Russian Federation //Fisheries issues. 2023;24,2:189-195. (In Russ.).

11. Kokhan A. N., Kuzin V. I., Karlov A. M. Interrelation of indicators of sustainable development and food security at the regional level// Baltic Economic Journal. 2023;4(44):18-33. (In Russ.).

12. Kharin A. G. Economic availability of fishery products as an integral part of the concept of food security// Baltic Economic Journal. 2024;1(45):38-51. (In Russ.).

Информация об авторах

А. М. Карлов – доктор техн. наук, профессор ИНОТЭКУ ФГБОУ ВО "Калининградский государственный технический университет".

Р. А. Мнацаканян – канд. экон. наук, ст. преподаватель ИНОТЭКУ ФГБОУ ВО "Калининградский государственный технический университет".

Information about the authors

A. M. Karlov – Doctor of Technical Sciences, Professor INOTECU FGBOU VO "KSTU".

R. A. Mnatsakanyan - Candidate of Economic Sciences, senior lecturer INOTECU FGBOU VO "KSTU".

Статья поступила в редакцию 11.05.2024; одобрена после рецензирования 13.05.2024; принята к публикации 15.05.2024.

The article was submitted 11.05.2024; approved after reviewing 13.05.2024; accepted for publication 15.05.2024.